

**Международный форум "Микроэлектроника-2017". 3-я Международная научная конференция "Электронная компонентная база и электронные модули" Сборник докладов. Республика Крым г. Алушта, 02-07 октября 2017 г.
НАНОИНДУСТРИЯ. Спецвыпуск 2018 (82) ТЕХНОСФЕРА, С.344-350**

Сравнение характеристик линейного и дробно-линейного (проективного) аналого- цифровых преобразований

Цыбульский О.А. к.т.н, multimer@promservis.ru, +7(927)-834-1768

Приведены краткие данные по свойствам и характеристикам класса дробно-линейных АЦП в сравнении с линейными АЦП, которые являются частным случаем дробно-линейных АЦП. Получено уравнение и структура дробно-линейного аналого-цифрового преобразования, согласующее полосу погрешности квантования с полосой предельной погрешности. Показано преимущество применения дробно-линейного уравнения измерения по сравнению с линейным уравнением, при решении задач расширения диапазона измерения, увеличения отношения сигнал-шум квантования, снижения разрядности преобразователя, автоматической коррекции погрешности.

Ключевые слова: уравнение измерений, АЦП, дробно-линейная характеристика, погрешность квантования, предельная погрешность, критерий, SNR, коррекция погрешности.

Общее уравнение измерения дробно-линейных АЦП [1]

$$a_0 X_{оп} + a_1 X = (b_0 X_{оп} + b_1 X) K \quad (1)$$

где a_0, a_1, b_0, b_1 - постоянные масштабные коэффициенты; X и $X_{оп}$ -измеряемая и опорная величины; K -выходной код.

При $b_1=0$ (1) станет линейным уравнением измерения. Но достаточно сделать $b_1 \neq 0$, чтобы получить дополнительные существенные преимущества по сравнению с линейным измерением.

Нормирование предельной относительной погрешности

В настоящее время предельная относительная погрешность измерения нормируется с помощью двухчленной формулы, которую можно представить в виде

$$\delta X = \delta_a X_n / X + \delta_m$$

где δ_a и δ_m - аддитивная и мультипликативная составляющие; X_n -нижняя граница диапазона измерения.

При применении АЦП с линейной шкалой предельная относительная погрешность быстро растет с уменьшением X из-за погрешности квантования. И часто именно рост погрешности квантования ограничивает диапазон измерения внизу шкалы и требует введение поддиапазонов. Чтобы этого не происходило, необходимо чтобы погрешность квантования изменялась по тому же закону, что и предельная погрешность прибора. Это достигается применением АЦП с экспоненциальной шкалой квантования [2]. Но, несмотря на преимущества шкалы с постоянной относительной погрешностью квантования, экспоненциальные АЦП до сих пор не получили широкого распространения.

Чтобы получить аналогичный результат применением АЦП с линейной шкалой квантования, необходимо использовать дробно-линейное уравнение измерения (1).

Дробно-линейное АЦП преобразует линейную шкалу, уменьшая цену деления в начале шкалы и увеличивая ее в верхней части диапазона. Полоса предельной погрешности становится более равномерной, но из-за ее U-образной формы нормировать ее необходимо трехчленной формулой. На рис.1 приведены графики относительной погрешности квантования линейного АЦП и дробно-линейного АЦП, обеспечивающего «квазиравномерную» шкалу [1]. Закон

изменения относительной погрешности квантования такого АЦП имеет вид (2) и включает в себя дополнительную третью составляющую погрешности, погрешность нелинейности.

$$\delta X_k = \frac{(X_b - X_n)}{XN} \frac{(b_0 X_{оп} + b_1 X)^2}{(b_0 X_{оп} + b_1 X_b)(b_0 X_{оп} + b_1 X_n)} \quad (2)$$

где X , X_n , X_b – соответственно текущее значение измеряемой величины, нижняя и верхняя границы диапазона измерений; N -число квантов шкалы.

В общем случае, трехчленная формула представления погрешности по диапазону измерения имеет вид

$$\delta X = \delta_a X_n / X + \delta_m + \delta_r X / X_b \quad (3)$$

где $\delta_a = \Delta_a / X_n$; $\delta_r = \Delta_r / X_b$ – составляющие, определяемые соответственно аддитивной погрешностью Δ_a и погрешностью нелинейности Δ_r (гиперболической составляющей) при $X=X_b$ -верхней границе диапазона измерения.

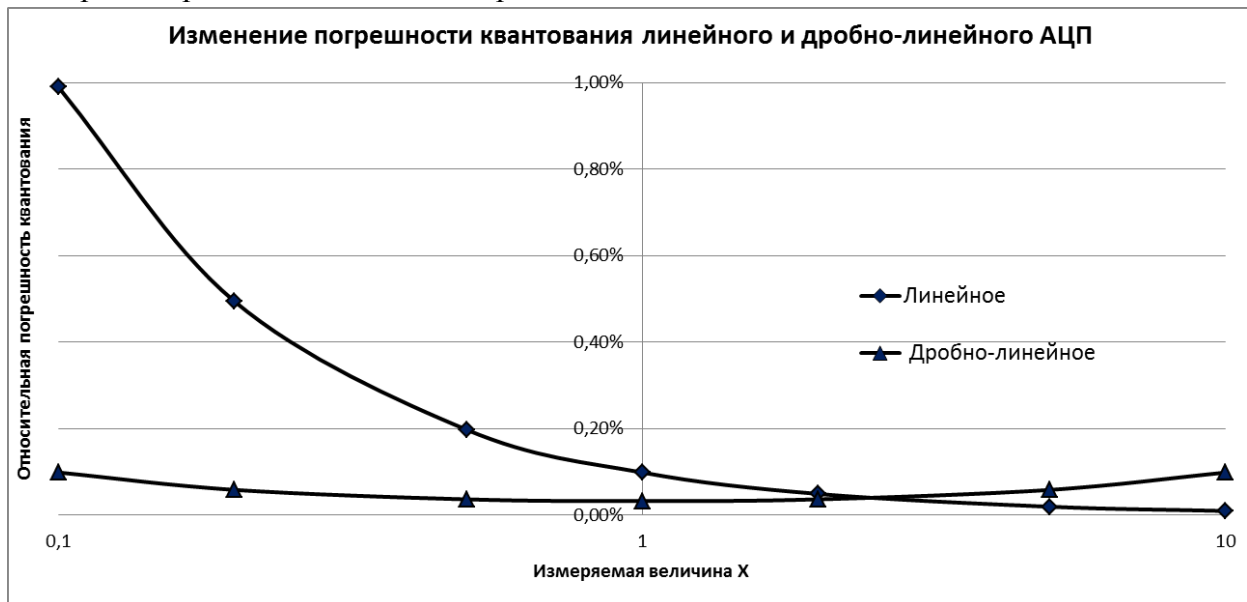


Рис.1 Сравнение относительной погрешности квантования линейного АЦП, и погрешности квантования дробно-линейного АЦП, описываемой трехчленной формулой.

Необходимость применения формулы (3) с тремя составляющими погрешности вызвана тем, что в приборах с широким диапазоном измерений становится существенной погрешность нелинейности, которую также необходимо учитывать при нормировании. Третья составляющая предельной относительной погрешности, в отличие от аддитивной и мультипликативной составляющих, нормирует гиперболическую нелинейность функции преобразования прибора. Это наиболее часто встречающаяся в измерительных приборах нелинейность, поскольку она свойственна всем параметрическим (например, мостовым) измерительным преобразователям [3].

Параметрические измерительные преобразователи имеют дробно-линейную функцию преобразования [4], которая также присуща широкодиапазонным измерительным приборам [5]. Преобразование, осуществляемое дробно-линейной функцией относится к проективным преобразованиям, образующим группу, т. е. «каждую конечную последовательность преобразований можно заменить одним преобразованием этой же группы» [6]. Структурная схема широкодиапазонного измерительного прибора, как правило, состоит из

последовательной цепочки линейных преобразователей. Существование в этой цепочке хотя бы одного преобразователя с дробно-линейной характеристикой сделает и результирующую характеристику также дробно-линейной. Признаком появления дробно-линейной зависимости в характеристике преобразования прибора является увеличение относительной погрешности в верхней части диапазона, в результате чего полоса предельной относительной погрешности приобретает U-образный вид (3). В широкодиапазонном приборе погрешность измерений минимальна при измеряемой величине, равной однозначной мере, например опорному напряжению или сопротивлению. С уменьшением или увеличением измеряемой величины относительно однозначной меры погрешность будет возрастать и может быть описана формулой (3).

Как следует из (2) свойства измерительной шкалы дробно-линейного АЦП определяются коэффициентами b_0 и b_1 . Зададим значения коэффициентов $a_0=0$ и $a_1=1$, поскольку влияние этих коэффициентов одинаково для обоих типов преобразования. Уравнение дробно линейного измерения в упрощенном виде можно записать как

$$X = (b_0 X_{on} + b_1 X) K \quad (4)$$

Структурная схема дробно-линейного АЦП, соответствующая уравнению (4) изображена на Рис.2 [1]. Она отличается от структурной схемы линейного АЦП наличием сумматора на опорном входе. АЦП осуществляет сравнение измеряемого сигнала X с линейной комбинацией измеряемого и опорного сигналов.

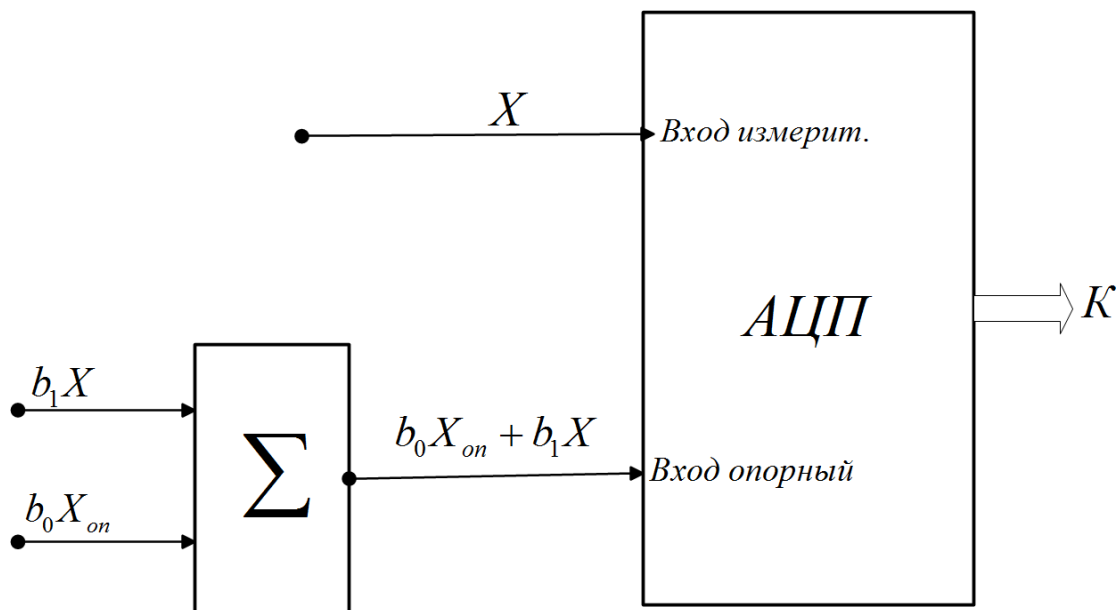


Рис.2 Структурная схема дробно-линейного АЦП для упрощенного вида уравнения (4).

Характеристика преобразования дробно-линейного АЦП

В общем случае, характеристика дробно-линейного преобразования описывает равнобочную гиперболу. С помощью коэффициентов a_0, a_1, b_0, b_1 уравнения измерения (1) можно выбрать в качестве характеристики аналого-цифрового преобразования любую ветвь равнобочной гиперболы.

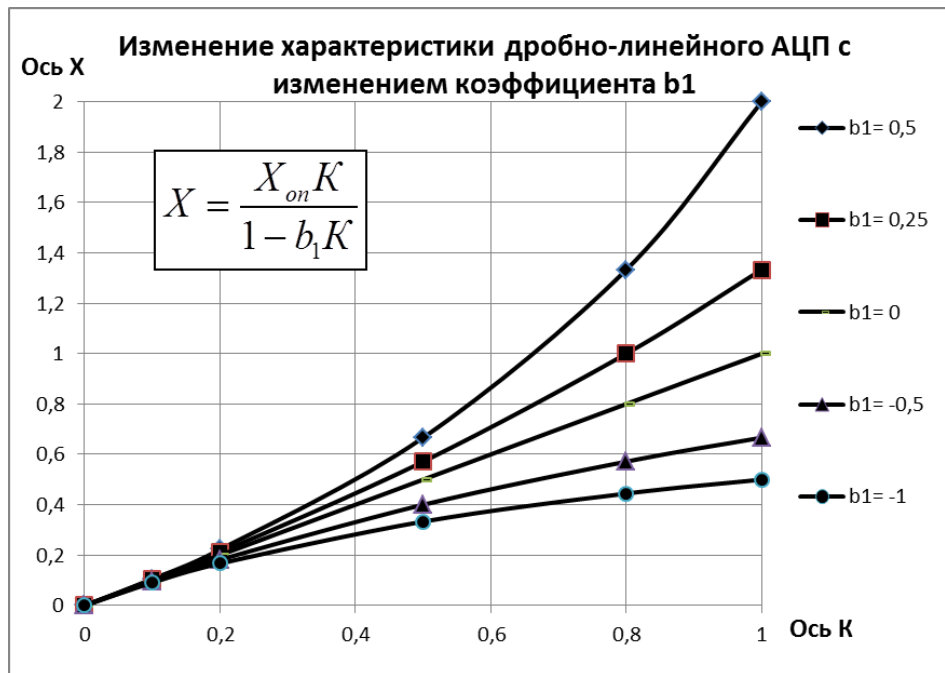


Рис.3 Характеристики дробно-линейного аналого-цифрового преобразования

На Рис. 3 приведены характеристики преобразования упрощенного уравнения измерения с функциями сжатия и расширения диапазона измерения:

- При значении коэффициента $b_1=0$ характеристика преобразования линейна.
- При значении коэффициента $b_1 > 0$ характеристика обеспечивает компрессию выходного кода K (сжатие динамического диапазона выходного сигнала K по сравнению с динамическим диапазоном входного сигнала X).
- При значении коэффициента $b_1 < 0$ характеристика преобразования расширяет динамический диапазон выходного кода K .

Необходимо отметить, что нелинейность характеристики определяется применением исключительно линейных преобразователей и с сохранением их точностных характеристик. Это иллюстрируется на Рис. 4 и Рис 5.

Геометрическая интерпретация решения дробно-линейного уравнения (1), как решение системы двух линейных уравнений показана на Рис.4 В частном случае, при значении коэффициента $b_1=0$, получим решение линейного уравнения измерения.

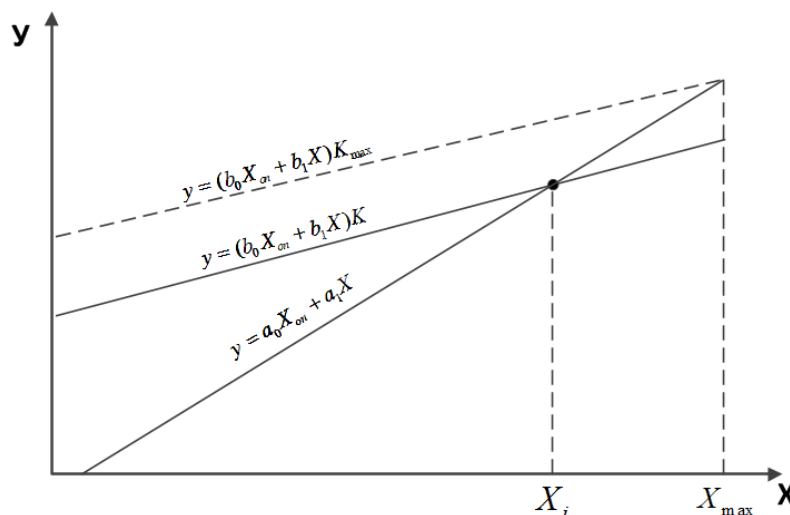


Рис.4 Геометрическая интерпретация решения дробно-линейного уравнения (1)

Поскольку преобразования проективной геометрии основаны на дробно-линейной функции, то существует аналогия между проективным и измерительным преобразованием [7]. Поэтому к АЦП с дробно-линейной характеристикой применимо также название проективное АЦП. На Рис.5 приведены примеры геометрического преобразования (проекции), осуществляемого в Евклидовой геометрии и в проективной геометрии. В отличие от Евклидовой геометрии, в проективной геометрии проекция осуществляется не только параллельными лучами, но и лучами, исходящими из удаленной точки.

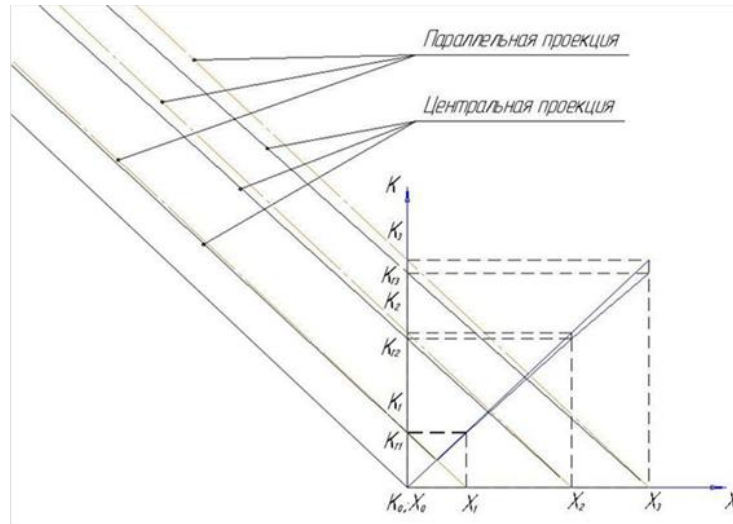


Рис.5 Различие характеристик преобразования X в K при параллельном и центральном проецировании.

Центральное проективное преобразование (проецирование из удаленной точки) соответствует дробно-линейному измерительному преобразованию, в частном случае, параллельная проекция (проецирование из бесконечно удаленной точки) соответствует линейному измерительному преобразованию. Эта связь позволяет применять математический аппарат проективной геометрии для анализа и синтеза схем проективных АЦП.

В таблице 1 приведены для сравнения выражения уравнений измерения, формулы изменения погрешности по диапазону для линейных и дробно-линейных преобразований, показывающие их взаимосвязь.

Таблица 1

Наименование	Линейное преобразование	Дробно-линейное (проективное) преобразование
Изменение относительной погрешности по диапазону Характеристики погрешности квантования Рис.1	$\delta X = \delta_a X_n / X + \delta_m$ δ_a, δ_m - аддитивная и мультипликативная составляющие	$\delta X = \delta_a X_n / X + \delta_m + \delta_r X / X_B$ δ_r - нелинейная (гиперболическая) составляющая, X_n, X_B - нижняя и верхняя границы диапазона измерения.
Уравнение измерения. Структурная схема Рис.2 Характеристики преобразования Рис.3	$X = X_{оп} K$ K -код линейной шкалы, $X_{оп}$ - опорный сигнал	$X = (b_0 X_{оп} + b_1 X) K$
Геометрическая интерпретация преобразования Рис. 4, Рис.5	преобразование Евклидовой геометрии (параллельная проекция)	преобразование проективной геометрии (центральная проекция)

Как следует из таблицы 1, дробно-линейное преобразование включает в себя линейное преобразование в виде частного случая, и обеспечивает существенно более широкие функциональные возможности измерительного преобразования. Одной из таких возможностей является согласование полосы погрешности квантования с полосой предельной погрешности аналого-цифрового преобразования.

В [5,7] показано, что для адекватного представления предельной погрешности широкодиапазонных приборов без разбиения на поддиапазоны требуется учитывать погрешность от нелинейности характеристики прибора и задавать полосу предельной погрешности в виде формулы из трех составляющих (3).

В то время, как у АЦП с линейной шкалой квантования, имеющей постоянную по диапазону цену деления, полоса относительной погрешности квантования имеет вид

$$\delta X_k = \frac{(X_b - X_n)}{XN} = \delta_a \frac{X_n}{X} \quad (5)$$

Несоответствие полосы погрешности квантования линейной шкалы полосе предельной погрешности измерения прибора приводит к завышению разрядности применяемого АЦП, избыточной точности квантования в верхней части диапазона измерения и требует введения в прибор поддиапазонов.

Чтобы исключить эти недостатки необходимо, чтобы полоса погрешности квантования имела тот же закон изменения по диапазону, что и полоса предельной погрешности (3), т.е. чтобы погрешность квантования была пропорциональна предельной погрешности во всем диапазоне измерения.

В [8] показано, что для того чтобы полоса погрешности квантования была пропорциональна полосе предельной погрешности, нормированной трехчленной формулой (3), необходимо в общем случае, чтобы уравнение измерения имело дробно-линейный вид (1), а применяемый АЦП имел экспоненциальную (с постоянной относительной погрешностью) шкалу квантования.

Если задать погрешность квантования не меньше суммы прочих погрешностей (например, $\delta X_k = 0,5\delta X$), то можно полагать, что ни один квант такого прибора не будет избыточным. АЦП с такой шкалой квантования будет оптимальным по разрядности. Однако, АЦП с постоянной относительной погрешностью квантования до сих пор не получили того распространения, которое по мнению автора, они заслуживают. Поэтому рассмотрим возможность применения в дробно-линейном уравнении измерения АЦП с постоянной абсолютной погрешностью квантования.

При применении линейного АЦП (с постоянной абсолютной погрешностью квантования), полоса относительной погрешности квантования будет описываться выражением (5). Дробно-линейное уравнение измерения преобразует полосу (5) в (2), являющуюся частным случаем общей трехчленной формулы (3).

Поскольку после дробно-линейного преобразования шкала измеряемой величины отличается от шкалы выходного кода, в дальнейшем шкалу квантования измеряемой величины X , осуществляемого аналого-цифровым преобразователем (АЦП) будем называть полосой погрешности квантования (X), в отличие от безразмерной шкалы квантования управляемого масштабного преобразователя (ЦАП), входящего в состав АЦП, которую будем называть шкалой квантования (K).

Дробно-линейное уравнение измерения АЦП с линейной шкалой квантования

Как показано в [9], выражение (2) соответствующее всем полосам погрешности квантования, получаемым на базе шкалы квантования K с постоянной ценой деления, т.е. на базе линейных АЦП, отличается от общего закона изменения предельной погрешности (3) только значением мультипликативной составляющей δ_m .

Поэтому целесообразно аппроксимировать оптимальную полосу погрешности квантования (3) полосой (2), заменив АЦП с экспоненциальной шкалой квантования на АЦП с линейной шкалой квантования.

В способе аналого-цифрового преобразования [10] предложена структурная схема преобразования и дробно-линейное уравнение измерения, которые решают эту задачу. При условии $D = X_v/X_n \gg 1$ уравнение измерения имеет вид

$$X \approx \left(\sqrt{\frac{\delta X_v \delta X_n}{X_v X_n}} X + \delta X_n \right) X_n N_\epsilon K \quad (6)$$

АЦП с уравнением (6) имеет полосу погрешности квантования (2), совпадающую с оптимальной полосой погрешности квантования (3) в граничных точках диапазона измерения.

Для определения динамического диапазона измерения аналого-цифрового преобразования с дробно-линейным уравнением измерения (6), воспользуемся выражением, полученным в [9].

$$N_\epsilon = \frac{D-1}{2\sqrt{D \cdot \delta X_v \cdot \delta X_n}} \quad (7)$$

где $\delta X_n, \delta X_v$ - соответственно, относительные погрешности в нижней и верхней границах диапазона измерения; N_ϵ - число квантов шкалы.

Это выражение справедливо для всех приборов с дробно-линейным уравнением измерения и линейной шкалой квантования.

Выразим из (7) динамический диапазон измерений, при условии задания погрешности квантования X в граничных точках шкалы измерений равной половине предельной

$$\text{погрешности, } D = \frac{N_\epsilon^2 \cdot \delta X_v \cdot \delta X_n + 2}{2} + \sqrt{\left(\frac{N_\epsilon^2 \cdot \delta X_v \cdot \delta X_n + 2}{2} \right)^2 - 1} \approx N_\epsilon^2 \cdot \delta X_v \cdot \delta X_n + 2 \quad (8)$$

Выражение (8) позволяет сравнивать динамические диапазоны дробно-линейных АЦП при различных значениях граничных относительных погрешностей квантования. Например, если при $N_\epsilon = 4096$, относительная погрешность квантования в нижней границе диапазона должна быть $\delta X_n = 0,01$, в верхней границе диапазона должна быть $\delta X_v = 0,005$, то из (8) получим $D = 4096^2 \cdot 0,01 \cdot 0,005 + 2 \approx 840$. Тот же расчет, проведенный для АЦП с линейной шкалой измерения, при которой $\delta X_v = 1/4096$, даст значение $D_n \approx 43$. Т.е. согласование полосы погрешности квантования с полосой предельной погрешности с помощью дробно-линейного уравнения измерения позволяет, в данном примере, расширить динамический диапазон измерения в 19,5 раз.

Чтобы наглядней увидеть преимущества согласования полосы погрешности квантования с полосой предельной погрешности измерения при применении дробно-линейного аналого-цифрового преобразования, зададим в качестве примера полосу предельной погрешности в виде

$$\delta X_{np} = 0,012 \cdot 0,0125/X + 0,008 + 0,002 \cdot X/10 \quad (9)$$

полоса погрешности квантования дробно-линейного АЦП, соответствующего уравнению измерения (6), имеет вид

$$\delta X_\kappa = 0,0095 \cdot 0,0125/X + 0,00046 + 0,0045 \cdot X/10 \quad (10)$$

полоса погрешности квантования линейного АЦП (5) имеет вид

$$\delta X_\kappa = 0,01 \cdot 0,0125/X \quad (11)$$

В Таблице 2 показаны изменения погрешности квантования (10) для АЦП с линейной шкалой квантования в дробно-линейном уравнении измерения и погрешности квантования (11) для АЦП с линейной шкалой квантования в линейном уравнении, при полосе предельной погрешности измерения, нормированной трехчленным выражением (9). А также, приведены значения минимального количества квантов для каждого рассматриваемого случая, необходимых для получения полосы квантования в динамическом (относительном) диапазоне

измерения 1:800. Расчет минимального необходимого количества квантов АЦП проводился по формуле (7).

Таблица 2 Полоса погрешности квантования линейного и дробно-линейного АЦП

Измеряемая величина X	Предельная относительная погрешность измерения	Относительная погрешность квантования дробно-линейного АЦП	Относительная погрешность квантования линейного АЦП
0,0125	2,000%	1,000%	1,000%
0,0244	1,415%	0,536%	0,512%
0,048	1,116%	0,299%	0,263%
0,093	0,963%	0,179%	0,135%
0,181	0,886%	0,120%	0,069%
0,354	0,849%	0,096%	0,035%
0,690	0,836%	0,095%	0,018%
1,346	0,838%	0,116%	0,009%
2,627	0,858%	0,170%	0,005%
5,125	0,905%	0,281%	0,002%
10,00	1,002%	0,501%	0,001%
Минимальное требуемое количество квантов шкалы N		3992	80000
Минимальная требуемая разрядность АЦП		12	17

Как следует из Таблицы 2, для того чтобы обеспечить полосу погрешности квантования (10):

- прибору с дробно-линейным уравнением (6) потребуется 12-ти разрядный АЦП с линейной шкалой квантования ($N_b=3992$ квантов),
- прибору с линейным уравнением потребуется 17-ти разрядный АЦП с линейной шкалой квантования ($N_b=80000$ квантов).

Как при этом изменяется по шкале измеряемой величины относительная погрешность квантования, наглядно видно из Рис.6.

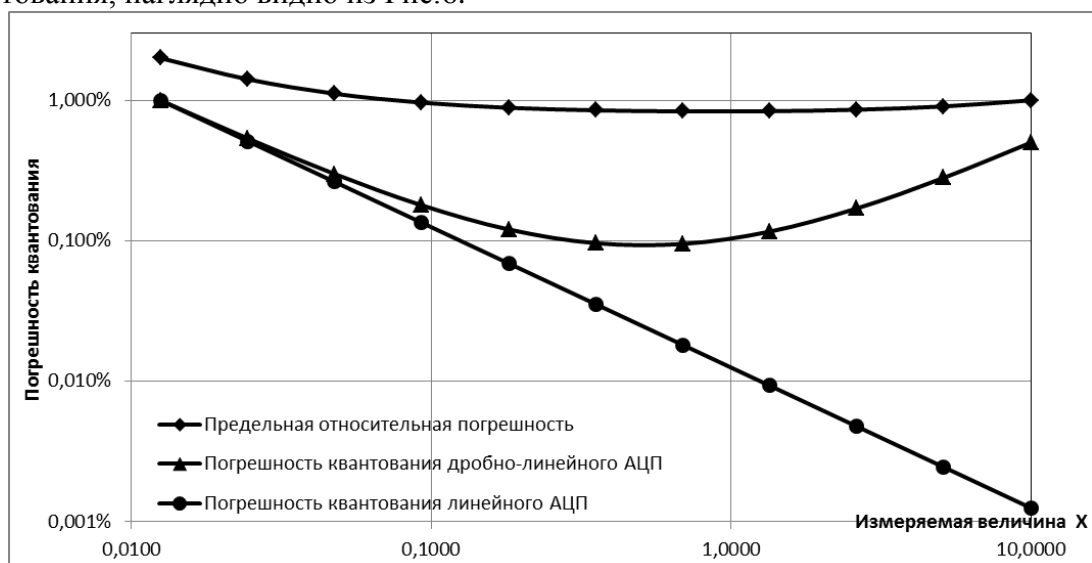


Рис.6 Изменение по шкале измеряемой величины относительной погрешности квантования линейного и дробно-линейного АЦП.

Структурная схема аналого-цифровых преобразователей с дробно-линейным уравнением измерения рассмотрена в [9]. Важным требованием, предъявляемым к АЦП для применения в

дробно-линейном уравнении измерения, является допустимость изменения напряжения на опорном (ref) входе микросхемы в достаточно широком диапазоне. Этому требованию удовлетворяют преобразователи с умножающим ЦАП.

Для снижения энергопотребления во многих микроконтроллерах однополярное питание ограничено 5В. При этом напряжение на опорном входе может регулироваться не более, чем в 5 раз. Это позволяет только в 5 раз расширить диапазон измерения или снизить разрядность АЦП на два разряда, применив вместо линейного преобразования дробно-линейное. Этому ограничению не будет при применении специальных схемных решений, или при применении внешних микросхем умножающих АЦП и ЦАП, например, фирмы Analog Device и др.

Чтобы уменьшить потребление энергии и время преобразования с помощью дробно-линейного измерения, необходимо снизить разрядность применяемого АЦП, создав компрессию выходного кода К (Рис.3). Работы по созданию компрессионных АЦП ведутся фирмами. Например, с помощью разработанной технологии сжатия сигнала компания ZeroWatt на порядок снизила потребление энергии своих компрессионных АЦП [11].

Отношение сигнал-шум квантования (SNR) дробно-линейного АЦП

Как следует из выражения (8), снизить погрешность квантования внизу шкалы и увеличить диапазон измерения при неизменном числе квантов, можно за счет увеличения относительной погрешности квантования в верхней части шкалы, имеющей в АЦП с линейной шкалой избыточную точности квантования. При одинаковых знаках b_0 и b_1 , цена деления шкалы измерений уменьшается внизу диапазона и растет вверху диапазона измерений в соответствии с формулой (2)

Благодаря этой трансформации можно повысить значение отношения сигнал-шум квантования (SNR) дробно-линейного АЦП по сравнению с линейным АЦП той же разрядности.

Как известно [12], значение отношения сигнал-шум рассчитывается по формуле

$$\text{SNR}=20\lg(X_b/q)+1,76 \quad (12),$$

где q-квант шкалы.

Из выражения (8), определим значение полного динамического диапазона(X_b/q), при значениях параметров $q=X_n$, $\delta X_n = 1$, $N_e = 2^n$, где n-разрядность АЦП

$$(X_b/q) = 2^{2n} \delta X_e + 2 \quad (13)$$

Подставляя (13) в (12), получим выражение SNR для дробно-линейных АЦП

$$\text{SNR}=20\lg(2^{2n} \delta X_e + 2) + 1,76 \quad (14)$$

Из (14) следует, что если значение относительной погрешности квантования в верхней границе диапазона измерения δX_b в дробно-линейном АЦП будет больше, чем 2^{-n} , то значение его SNR будет больше, чем у линейного АЦП той же разрядности.

Например, для 12-ти разрядного АЦП при $\delta X_b = 0,01$, в дробно-линейном АЦП получим

$$\text{SNR}=20\lg(2^{24}0,01 + 2) + 1,76 \approx 106 \text{ dB} ,$$

и, соответственно, при $\delta X_b = 0,00025$ для линейного АЦП получим

$$\text{SNR}=20\lg(2^{24}0,00025 + 2) + 1,76 \approx 74 \text{ dB}$$

Таким образом, применение дробно-линейного уравнения измерения увеличивает отношение сигнал-шум квантования дробно-линейного АЦП по сравнению с применением линейного АЦП той же разрядности.

Дробно-линейные АЦП с линейной шкалой квантования приближаются по эффективности формирования шкалы измерения к АЦП с экспоненциальной шкалой квантования, сохраняя при этом высокие технико-экономические характеристики используемого линейного АЦП.

Критерий разрешающей способности

Оценить преимущества дробно-линейного преобразования по сравнению с линейным позволяет критерий разрешающей способности, предложенный в работах Ф.Е. Темникова [13] и П.В. Новицкого [3] для двухчленной формулы нормирования предельной погрешности

$$N_{эф} = \frac{1}{2\delta X_B} \ln \left(D \frac{\delta X_B}{\delta X_H} \right) \quad (15)$$

Для приборов предельная погрешность которых нормируется трехчленной формулой (3), предложен расширенный критерий [8].

$$N_{эф} = \frac{1}{2\delta_m} \ln \left(D \frac{\delta_m^2}{\delta X_H \cdot \delta X_B} \right) \quad (16)$$

Критерий разрешающей способности имеет понятный физический смысл, он определяет количество эффективных (реальных) квантов, на которые данный прибор может разделить диапазон измерений с заданной полосой предельной погрешности, т.е. сколько непересекающихся интервалов предельной абсолютной погрешности последовательно уложатся в диапазон измерений. Это ресурс, которым обладает прибор для проведения измерения, и чем больше $N_{эф}$, тем точнее прибор. При этом критерий показывает взаимосвязь параметров шкалы измерений. При применении в приборе поддиапазонов измерений, количество эффективных квантов всего диапазона измерений равно сумме эффективных квантов всех поддиапазонов.

Автоматическая коррекция погрешности

В 80-х годах разработке информационно-структурных методов повышения точности измерительных устройств посвящали свои работы Алиев Т.М., Бромберг Э.М., Куликовский К.Л., Земельман М.А. и др.

Одним из наиболее широко применяемых структурных методов являются метод образцовых (тестовых) сигналов, в котором на вход измерительного устройства подаются дополнительные образцовые сигналы или линейные комбинации образцового и измеряемого сигнала. Эти методы позволяли легко скорректировать аддитивную и мультипликативную составляющие систематической погрешности. Но для коррекции нелинейности характеристики преобразования применялись только итерационные методы.

В [14] Мазиным В.Д. для коррекции погрешности измерительных параметрических преобразователей предложен метод сложного отношения (МСО), относящийся к методу образцовых сигналов, позволяющий скорректировать также нелинейную составляющую систематической погрешности. Метод сложного отношения использует аналогию между функциями параметрического и проективного преобразований, и основан на фундаментальном свойстве проективной геометрии – инварианте сложного отношения. Свойства МСО в

применении к параметрическим преобразователям исследовались в работах Мазина В.Д. [14] и Герасимова А.И.

Свойства МСО в применении к дробно-линейному АЦ преобразованию исследовались в [15]. В работе показано, что дробно-линейная характеристика преобразования свойственна не только параметрическим преобразованиям, но и большинству широкодиапазонных измерительных приборов. Поэтому МСО применим также и к ним. Метод сложного отношения основан на постоянстве (инвариантности) величины сложного отношения четырех произвольных точек измерительной шкалы при их проективном (с дробно-линейной характеристикой) измерительном преобразовании.

Зададим на шкале измеряемой величины X четыре произвольных точки X_1, X_2, X_3, X . Выполним преобразование прибором этих четырех точек шкалы и получим значения выходных кодов K_1, K_2, K_3, K . Тогда будет выполняться соотношение

$$\frac{(X_3 - X_1) \cdot (X - X_2)}{(X_3 - X_2) \cdot (X - X_1)} = \frac{(K_3 - K_1) \cdot (K - K_2)}{(K_3 - K_2) \cdot (K - K_1)} = W \quad (17)$$

Величина W сложного (двойного) отношения четырех точек шкалы является инвариантом проективного (дробно-линейного) преобразования, так как при любом проективном преобразовании шкалы X в шкалу K сложное отношение произвольной группы четырех точек шкалы X равно сложному отношению соответствующих точек шкалы K . По рассчитанному с помощью выходных кодов сложному отношению можно определить значение измеряемой величины X по формуле

$$X = \frac{X_2 \cdot (X_3 - X_1) - W \cdot X_1 \cdot (X_3 - X_2)}{(X_3 - X_1) - W \cdot (X_3 - X_2)} \quad (18)$$

Наиболее эффективно метод сложного отношения осуществляет коррекцию систематических составляющих погрешности. При этом, должны быть приняты меры по минимизации случайных составляющих погрешности.

В результате применения метода сложного отношения достигаются следующие результаты [16]:

- Результирующая предельная относительная погрешность измерения методом сложного отношения задается погрешностью опорных сигналов X_1, X_2, X_3 и изменяется по шкале измеряемой величины в соответствии с трехчленной формулой (3).
- Аддитивная, мультипликативная и гиперболическая (нелинейная) составляющие систематической погрешности измерительного прибора полностью корректируются при применении метода сложного отношения.

В целом, применение метода сложного отношения, позволяет рассматривать измерительный тракт прибора от входного сигнала до выходного кода, как «черный ящик», с дробно-линейной функцией преобразования. Это снимает повышенные требования к точности, стабильности элементов измерительного тракта и, соответственно, снижает их цену. При этом три образцовых сигнала на входе тракта преобразования выступают в качестве многозначной меры. Например, применение метода сложного отношения в расходомере газа «Прамер-210» позволило в 10 раз снизить предельную погрешность каналов измерения температуры и давления, выполнив их на основе простых, малопотребляющих электронных компонентов. [16]

В таблице 3 сведены для сравнения уравнения измерения и все рассмотренные характеристики линейного и дробно-линейного (проективного) аналого-цифровых преобразований.

Таблица 3

Наименование	Линейное преобразование	Дробно-линейное (проективное) преобразование
Уравнение измерений	$X = X_H \delta X_H NK$	$X = \left(\sqrt{\frac{\delta X_B \delta X_H}{X_B X_H}} X + \delta X_H \right) X_H NK$
Рис.6 Погрешность квантования δX_k	$\delta X_k = \frac{(X_B - X_H)}{XN}$	$\delta X_k = \frac{(X_B - X_H)}{XN} \frac{(b_0 X_{\text{он}} + b_1 X)^2}{(b_0 X_{\text{он}} + b_1 X_B)(b_0 X_{\text{он}} + b_1 X_H)}$
Число квантов шкалы измерений N	$N = \frac{D-1}{\delta X_H}$, где $D = \frac{X_B}{X_H}$	$N = \frac{D-1}{\sqrt{D \cdot \delta X_B \cdot \delta X_H}}$
Отношение сигнал-шум квантования SNR	$\text{SNR} = 20 \lg(2^n) + 1,76$	$\text{SNR} = 20 \lg(2^{2n} \delta X_B + 2) + 1,76$
Критерий разрешающей способности $N_{\text{эф}}$	$N_{\text{эф}} = \frac{1}{2 \delta X_B} \ln \left(D \frac{\delta X_B}{\delta X_H} \right)$	$N_{\text{эф}} = \frac{1}{2 \delta_m} \ln \left(D \frac{\delta_m^2}{\delta X_H \cdot \delta X_B} \right)$
Инвариант преобразования	$\frac{(X - X_2)}{(X - X_1)} = \frac{(K - K_2)}{(K - K_1)} = V$ постоянство простого отношения	$\frac{(X_3 - X_1)}{(X_3 - X_2)} \cdot \frac{(X - X_2)}{(X - X_1)} = \frac{(K_3 - K_1)}{(K_3 - K_2)} \cdot \frac{(K - K_2)}{(K - K_1)} = W$ постоянство сложного (двойного) отношения
Коррекция систематической погрешности на основе инвариантов	$X = \frac{X_2 - VX_1}{1 - V}$, $\delta V = 0$	$X = \frac{X_2 \cdot (X_3 - X_1) - W \cdot X_1 \cdot (X_3 - X_2)}{(X_3 - X_1) - W \cdot (X_3 - X_2)}$, $\delta W = 0$

Выводы

- Как следует из таблиц 1 и 3, все выражения, справедливые для линейного преобразования, являются частным случаем выражений, справедливых для дробно-линейного преобразования.
- Предложенное дробно-линейное аналого-цифровое преобразование (6), на основе АЦП с линейной шкалой квантования, позволяет существенно расширить функциональные возможности измерения по сравнению с возможностями линейного аналого-цифрового преобразования.
- Оценить преимущества применения дробно-линейных АЦП позволяют полученные выражения для критерия разрешающей способности (16) и отношения сигнал-шум квантования (14).
- Для повышения точности измерения линейных и дробно-линейных АЦП эффективно применение метода сложного отношения. Метод осуществляет коррекцию аддитивной, мультипликативной и нелинейной (гиперболической) составляющих систематической погрешности, соответствующих трехчленной формуле (3) нормирования предельной погрешности.
- Дробно-линейное аналого-цифровое преобразование более эффективно, чем линейное преобразование, решает задачи оптимизации погрешности квантования, расширения диапазона измерений, снижения разрядности преобразователя. И будет

наиболее эффективно при исполнении дробно-линейного АЦП в виде функционально законченного узла.

Литература

1. Патент № 1336240 СССР Н ОЗМ 1/48 Способ аналого-цифрового преобразования/ О.А.Цыбульский. Заявл. 26.08.85 Оpubл. 07.09.87. Бюл. 33.
2. Цыбульский О.А. Инварианты измерительного преобразования // Законодательная и прикладная метрология. – 2011. - №1. – С. 22-26.
3. Новицкий П.В. Основы информационной теории измерительных устройств. Л.:Энергия, 1968. 248с
4. Левин М. И., Прытков В. Т., Демидова-Панфилова Р. М., Кутяшова Е. М. Основы электроизмерительной техники. М.: Энергия, 1972.
5. Цыбульский О.А Погрешность широкодиапазонных измерений// Законодательная и прикладная метрология-2010.-№4, с. 5-10.
6. Ефимов Н.В. Высшая геометрия. М.:Наука,1978. 576 с.
7. Цыбульский О.А. Проективные свойства широкодиапазонных измерений // Измерительная техника. -2013. - №1. – С. 27-29.
О. А. Tsybulskii Projective Properties of Wide-Range Measurements //Measurement Techniques April 2013, Volume 56, Issue 1, pp 37-40
8. Цыбульский О.А. «Критерий для обобщенной оценки широкодиапазонного прибора по точности и диапазону измерений» // Измерительная техника. -2014. - №5. – С. 5-7.
О. А. Tsybulskii Criterion for Generalized Evaluation of Wide-Range Instrumentation with Respect to Accuracy and Measurement Range // Measurement Techniques August 2014, Volume 57, Issue 5 , Page 479-483.
9. Цыбульский О.А. Дробно-линейное уравнение измерений. // Измерительная техника. - 2017. - №5. – С. 25-30.
О. А. Tsybulskii Linear-Fractional Measurement Equation//Measurement Techniques, 60(5), 443-450, DOI 10.1007/s11018-017-1215-2
10. Патент на изобретение №2618903 Н ОЗМ 1/48 Способ аналого-цифрового преобразования. / Цыбульский О.А. Приоритет от 25 февраля 2016г.
11. Fred Tzeng. Compression-based A-to-D Converters: Reaching New Low Power Limits in Quantization//RTC Magazin, December 2010. Статья переведена в журнале «Электронные компоненты» №10, 2011.
12. Аналого-цифровое преобразование. Под ред. Уолт Кестер.// М:Техносфера, 2007.
13. Темников Ф.Е. Автоматические регистрирующие приборы, Машгиз, 1960.
14. Мазин В.Д. Способ повышения точности измерительных приборов и преобразователей//ИТ.-1980.-№6.-с.14-15.
15. Цыбульский О.А. Применение метода сложного отношения в широкодиапазонных измерительных приборах // Измерительная техника. -2013. - №3. – С. 11-12.
О. А. Tsybulskii Use of the complex ratio method in wide-range measurement devices// Measurement Techniques June 2013, Volume 56, Issue 3, pp 232-234
16. Цыбульский О.А., Гумеров М.Ф. Применение метода сложного отношения для повышения точности измерения температуры и давления в счетчике-расходемере «Прамер-210» // Материалы XV Международной научно-практической конференции «Энергоресурсосбережение. Диагностика-2013» г. Димитровград, 26-28 марта 2013 г., с.110-118.