

**Нормирование и коррекция погрешности интегральной нелинейности
аналого-цифрового преобразователя: преимущество проективной
модели измерения по сравнению с традиционной моделью**

Олег Андреевич Цыбульский

Дмитровградский инженерно-технологический институт – филиал Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ», г. Дмитровград, Ульяновская обл., Россия

✉ multimer@list.ru

Аннотация. Рассмотрены нормирование и коррекция погрешности аналого-цифровых преобразователей с учётом интегральной нелинейности их функции преобразования. Интегральная нелинейность является ключевым параметром, ограничивающим точность и качество аналого-цифрового преобразования в современных приложениях. Линейное нормирование погрешности аналого-цифрового преобразователя, учитывающее только аддитивные и мультипликативные составляющие, оказывается недостаточным для высокоточных систем, где интегральная нелинейность играет значительную роль. В настоящее время отсутствует общепринятый алгоритм коррекции погрешности интегральной нелинейности аналого-цифровых преобразователей. Также не существует унифицированной функции преобразования, которая бы включала линейное преобразование как частный случай и одновременно учитывала интегральную нелинейность. Для нормирования и коррекции полосы предельной погрешности аналого-цифровых преобразователей предложено применять проективную модель измерения. Показано, что интегральную нелинейность можно аппроксимировать нелинейностью проективного преобразования. Особенность проективной модели заключается в возможности учёта нелинейностей характеристик преобразования непосредственно в модели, что позволяет избежать их линеаризации или рассмотрения в качестве источников погрешностей. В отличие от формулы нормирования в линейной модели, в формуле нормирования полосы предельной погрешности, соответствующей проективной модели

измерения, интегральная нелинейность учтена как отдельное слагаемое, поэтому такая формула нормирования названа расширенной. На примерах характеристик реальных аналого-цифровых преобразователей продемонстрировано преимущество применения проективной модели по сравнению с применением традиционной линейной модели. Проективная модель особенно актуальна при коррекции полосы систематической погрешности измерения на основе обобщённого уравнения проективного измерительного преобразования, которое включает уравнение линейного измерения как частный случай. Полученные результаты полезны метрологам, разработчикам аналого-цифровых преобразователей и измерительных систем.

Ключевые слова: проективная модель измерения, аналого-цифровой преобразователь, функция преобразования, критерий эффективности измерения, нормирование погрешности измерения, интегральная нелинейность, коррекция погрешности

Для цитирования: Цыбульский О. А. Нормирование и коррекция погрешности интегральной нелинейности аналого-цифрового преобразователя: преимущество проективной модели измерения по сравнению с традиционной моделью. *Измерительная техника*, 75(4), -36-45 (2026). <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2026-4--36-45>

Original article

Normalization and correction of the integral nonlinearity error of an analog-to-digital converter: the advantage of a projective measurement model over a traditional model

Oleg A. Tsybulskii

Dimitrovgrad Engineering and Technology Institute – a branch of the National Research Nuclear University MEPhI, Dimitrovgrad, Ulyanovsk Region, Russia

✉ multimer@list.ru

Abstract. The article considers the normalization and correction of the error of analog-to-digital converters taking into account the integral nonlinearity of their conversion function. Integral nonlinearity is a key parameter limiting the accuracy and quality of analog-to-digital conversion in modern applications. Linear normalization of the error of an analog-to-digital converter, taking into

account only additive and multiplicative components, is insufficient for high-precision systems, where integral nonlinearity plays a significant role. Currently, there is no generally accepted algorithm for correcting the error of the integral nonlinearity of analog-to-digital converters. Also, there is no unified conversion function that would include linear conversion as a special case and simultaneously take into account the integral nonlinearity. For the normalization and correction of the limiting error band of analog-to-digital converters, it is proposed to use a projective measurement model. It is shown that the integral nonlinearity can be approximated by the nonlinearity of the projective conversion. A distinctive feature of the projective model is its ability to directly account for nonlinearities in conversion characteristics, eliminating their linearization or consideration as sources of error. Unlike the normalization formula in the linear model, the error bandwidth normalization formula corresponding to the projective measurement model accounts for integral nonlinearity as a separate term, hence its terminology as extended. Using examples of the characteristics of real analog-to-digital converters, the advantage of using the projective model over the traditional linear model is demonstrated. The projective model is particularly relevant for correcting the systematic measurement error bandwidth based on the generalized equation of projective measurement conversion, which includes the linear measurement equation as a special case. The results obtained are useful for metrologists, developers of analog-to-digital converters, and measurement systems.

Keywords: projective measurement model, analog-to-digital converter, conversion function, measurement performance criterion, standardization of measurement error, integral nonlinearity, error correction

For citation: Tsybulskii O. A. Normalization and correction of the integral nonlinearity error of an analog-to-digital converter: the advantage of a projective measurement model over a traditional model. *Izmeritel'naya Tekhnika*, 75(4), 36-45 (2026). <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2026-4-36-45>

Введение. В метрологии общепринятое уравнение измерения описывается линейной функцией, соответственно, пределы допускаемой

абсолютной основной погрешности также описываются линейной функцией с аддитивным и мультипликативным коэффициентами. Погрешность от нелинейности преобразования, закон изменения которой не согласуется с линейной функцией, учитывается в составе мультипликативной составляющей. Это приводит к неоправданному завышению мультипликативной погрешности измерения и уменьшает эффективность её коррекции. В формуле нормирования необходимо учитывать реальную нелинейность функции преобразования, а для этого – выявить наиболее часто встречающуюся нелинейность измерительных преобразований. В аналоговых измерительных преобразователях наиболее часто встречающаяся нелинейность соответствует дробно-линейной функции преобразования. Такие преобразователи называются параметрическими. Наиболее простой и распространённый пример параметрического преобразования – это делитель напряжения. Одна и та же схема делителя в зависимости от того, какая величина является входным сигналом – напряжение или сопротивление, имеет либо линейную, либо дробно-линейную функцию преобразования. Дробно-линейная функция преобразования характерна для мостовых измерительных преобразователей. Множество датчиков физических величин (температуры, давления, концентрации и т. д.) основаны на параметрическом преобразовании мостовым преобразователем приращения импеданса в напряжение. В результирующей характеристике приборов, измеряющих эти физические величины, несмотря на линеаризацию, всегда присутствует гиперболическая нелинейность дробно-линейной функции. Поэтому полосу предельной абсолютной погрешности параметрических преобразователей нормируют формулой, включающей аддитивную, мультипликативную и нелинейную (гиперболическую) составляющие [1].

Поскольку аналого-цифровой преобразователь (АЦП), как и параметрический преобразователь, выполняет функцию делителя с переменным коэффициентом деления, то и в его функции преобразования присутствует гиперболическая нелинейность.

Цель исследования – показать преимущество проективной модели измерения для описания АЦП, нормирования и коррекции полосы его предельной погрешности по сравнению с традиционной линейной моделью измерения.

Нормирование полосы предельной погрешности измерений. Полосу линейного изменения абсолютной погрешности измеряемой величины X по диапазону можно представить в виде функции

$$\Delta X = \delta_a X_n + \delta_m X, \quad (1)$$

где X_n – нижняя граница диапазона измерения; $\delta_a = \Delta_a / X_n$ – составляющая относительной погрешности, определяемая аддитивной погрешностью преобразования Δ_a при $X = X_n$; δ_m – мультипликативная составляющая относительной погрешности.

Линейное нормирование с учётом только аддитивной и мультипликативной составляющих недостаточно для точных систем, где выражена интегральная нелинейность. Для таких случаев необходимы более сложные методы нормирования и коррекции погрешности, учитывающие реальную форму нелинейности функции преобразования.

Применение расширенной формулы нормирования предельной погрешности, учитывающей нелинейность параметрических и широкодиапазонных измерительных преобразователей, рассматривалось в [1]. Полоса абсолютной погрешности этих преобразователей нормируется формулой, расширенной по сравнению с (1) и включающей три составляющие предельной погрешности:

$$\Delta X = \delta_a X_n + \delta_m X + \delta_r X^2 / X_v, \quad (2)$$

где $\delta_r = \Delta_r / X_v$ – составляющая относительной погрешности, определяемая погрешностью от нелинейности (гиперболической) Δ_r при $X = X_v$; X_v – верхняя граница диапазона измерения.

В работе [2] показано, что расширенной формуле нормирования полосы погрешности (2) соответствуют все измерительные преобразователи, описываемые дробно-линейной функцией преобразования. Преобразования с дробно-линейной функцией изучаются

в проективной геометрии, следовательно, измерительные параметрические преобразования можно отнести к группе проективных измерительных преобразований. Для таких измерительных преобразований можно использовать закономерности проективной геометрии. Линейные преобразования также являются частным случаем проективных преобразований. Расширенная формула нормирования (2) применима и для линейных измерительных преобразователей, поэтому в общем случае полоса погрешности всех проективных измерительных преобразователей должна нормироваться расширенной формулой (2) [2].

Интегральная нелинейность АЦП. Информация об интегральной нелинейности функции преобразования АЦП (далее – интегральная нелинейность АЦП) указывается производителем в паспорте. Интегральная нелинейность отражает отклонение реальной характеристики преобразования АЦП от линейной функции. Такое отклонение различными авторами называется по-разному, например, нелинейной составляющей погрешности, погрешностью линейности, погрешностью от нелинейности и др. Также по-разному оценивается значение нелинейной составляющей погрешности приборов. В технической документации, как правило, приводится значение нелинейности в точке реальной характеристики преобразования, где максимально абсолютное значение погрешности нелинейности. Нелинейность выражается либо в единицах младшего значащего разряда, либо в процентах полной шкалы. В настоящее время нет единого метода проведения аппроксимирующей прямой при оценивании нелинейности, используют три метода [3]: минимаксный метод; метод наименьших квадратов; метод конечных точек. Метод конечных точек – основной метод, используемый в спецификациях на АЦП компании Analog Devices (США). Идеальная прямая линия проводится через концевые точки реальной характеристики и измеряется максимальное отклонение реальной характеристики от этой линии согласно IEEE Std 1241-2010¹.

Погрешности нелинейности для каждого метода аппроксимации

¹ IEEE Std 1241-2010. IEEE Standard for Terminology and Test Methods for Analog-to-Digital Converters.

различаются. В практических расчётах значение интегральной нелинейности часто включают в состав мультипликативной погрешности АЦП, но при оценке его точности и калибровке отдельно анализируют и корректируют нелинейность. Общепринятого алгоритма оценки погрешности интегральной нелинейности и калибровки нет. Не существует и общепринятой функции преобразования АЦП, которая включает в качестве частного случая линейное преобразование и при этом учитывает интегральную нелинейность.

Важность учёта и коррекции интегральной нелинейности обусловлена следующими причинами:

- в системах, к которым предъявляются высокие требования к точности (медицинская техника, навигация, промышленная автоматизация) даже небольшие значения интегральной нелинейности могут существенно влиять на качество измерений и последующую обработку данных [4–6];

- с повышением быстродействия и интеграции АЦП паразитные эффекты и технологические особенности всё сильнее влияют на нелинейность [7–9];

- в цифровой обработке сигналов нелинейность приводит к появлению гармонических искажений и уменьшению отношения сигнал/шум [10].

Применяются комплексные подходы к минимизации интегральной нелинейности АЦП: от технологической оптимизации и архитектурных решений до многоточечной калибровки с помощью таблиц калибровочных коэффициентов и цифровой обработки сигналов. Комплексный подход обеспечивает соответствие современных АЦП высоким требованиям точности и надёжности, но требует существенных затрат. Решению задачи нормирования и корректировки интегральной нелинейности АЦП на основе проективной модели измерения и посвящена данная работа. Влияющих величин, вызывающих отклонение от линейной характеристики достаточно много. Поэтому важно определить вид нелинейности, оказывающий наибольшее влияние на характеристику преобразования

АЦП, чтобы учесть её в модели измерения.

Проективный характер интегральной нелинейности. Результатом измерительного преобразования АЦП является коэффициент преобразования код K , равный отношению измеряемой X и опорной величин $X_{оп}$:

$$K = X/X_{оп}, \quad (3)$$

где $0 < K < 1$

Из (3) следует, что АЦП выполняет функцию делителя с переменным коэффициентом деления. Однако при измерениях один и тот же делитель напряжения может выполнять разные задачи. Делитель описывается формулой

$$U_{вых} = U_{вх} \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}, \quad (4)$$

где $U_{вх}$, $U_{вых}$ – входное и выходное напряжения делителя; Z_1 , Z_2 – импедансы делителя.

Если на вход подать напряжение $U_{вх}$, то преобразование будет линейным. Но если изменится импеданс Z_1 (это параметрическое преобразование), то функция делителя с переменным коэффициентом станет дробно-линейной. Таким образом, в первом случае полоса абсолютной погрешности линейного преобразования нормируется линейной формулой (1), во втором случае полоса абсолютной погрешности дробно-линейного преобразования нормируется расширенной формулой (2), включающей гиперболическую составляющую предельной погрешности [2].

Покажем, что поскольку АЦП тоже выполняет функцию делителя с переменным коэффициентом деления, то и его преобразование является проективным, т. е. в первом приближении погрешность АЦП надо нормировать с помощью расширенной формулы (2), содержащей гиперболическую составляющую Δ_r . Это позволит учитывать интегральную нелинейность характеристики преобразования непосредственно в модели измерения, а не пытаться линеаризовать её или рассматривать как источник погрешностей, а также позволит применить к

анализу и синтезу аналого-цифрового преобразования математический аппарат проективной геометрии [11].

В качестве примера для анализа выберем 16-разрядный АЦП AD7680 Analog Devices², типичная полоса предельной погрешности которого характеризуется погрешностью смещения (offset error) $\pm 1,68$ мВ, погрешностью усиления (gain error) $\pm 0,038$ % и интегральной нелинейностью ± 4 LSB, где LSB – единицы младшего разряда.

Чтобы корректно суммировать эти погрешности, необходимо привести их к одинаковому виду, не зависящему от диапазона измерения X . Для этого заменим коэффициенты полосы абсолютной погрешности (2), относящиеся к величине $X/X_{\text{оп}}$ (3), на соответствующие им коэффициенты полосы абсолютной погрешности выходного кода АЦП K :

$$\Delta K = \pm (\Delta_a + \Delta_m K + \Delta_r K^2), \quad (5)$$

где $0 < K < 1$.

При номинальном опорном напряжении $X_{\text{оп}} = 5$ В коэффициенты (5) примут следующие значения:

- аддитивная составляющая $\Delta_a = \pm 1,68 \cdot 10^{-3} / 5 = \pm 0,00034$;
- мультипликативная составляющая $\Delta_m = \pm 0,00038$;
- гиперболическая составляющая (интегральная нелинейность) $\Delta_r = \pm 4 \cdot 2^{-16} = \pm 0,00006$.

В соответствии с ГОСТ 8.401-80³ нормирование предельной погрешности измерения соответствует линейной модели полосы предельной абсолютной погрешности, которая задана аддитивной и мультипликативной составляющими, т. е. нормируется для АЦП AD7680 линейной функцией

$$\Delta K_{\text{л}} = \pm (\Delta_a + \Delta_m K) = \pm (0,00034 + 0,00038K). \quad (6)$$

Поскольку полоса погрешности нормируется с использованием только двух составляющих, то в спецификации на АЦП гиперболическую составляющую учитывают в составе мультипликативной составляющей.

² AD7680 Analog Devices. Microsin. <https://microsin.net/adminstuff/hardware/ad7680.html> (дата обращения 24.03.2026).

³ ГОСТ 8.401-80. Классы точности средств измерений. Общие требования.

При $\pm\Delta_r = \pm 0,00006$ реальное значение предельной абсолютной мультипликативной погрешности составляет

$$\Delta_m = \pm(0,00038 - 0,00006) = \pm 0,00032.$$

Тогда полоса предельной абсолютной погрешности выходного кода K в проективной модели должна нормироваться для АЦП AD7680 расширенной по отношению к (6) формулой в виде

$$\Delta K_{\pi} = \pm(\Delta_a + \Delta_m K + \Delta_r K^2) = \pm(0,00034 + 0,00032K + 0,00006K^2). \quad (7)$$

На рис. 1 приведены графики нормирующих функций (6), (7) для полосы предельной абсолютной погрешности выходного кода АЦП.

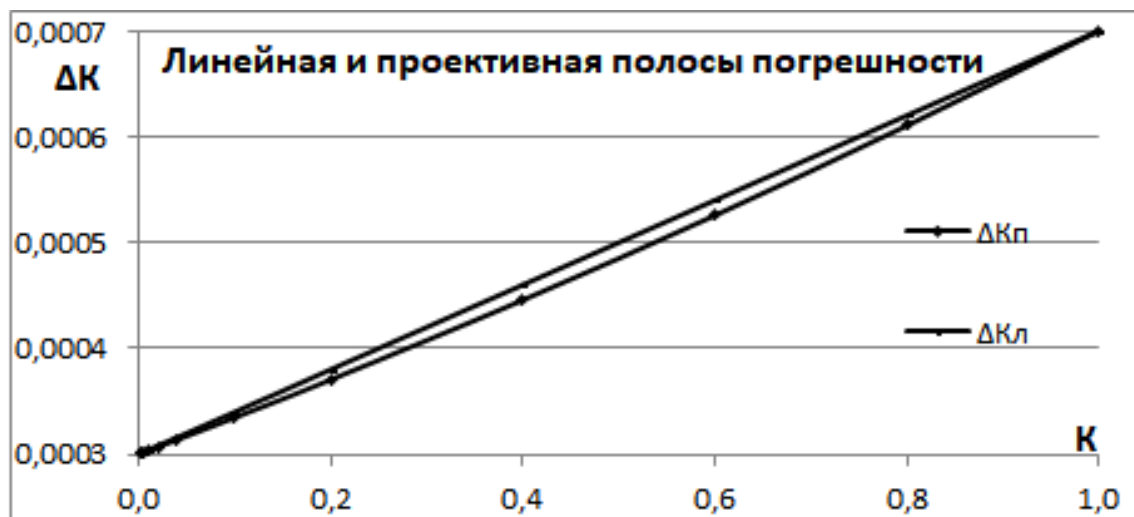


Рис. 1. Сравнение нормирующих функций полосы предельной абсолютной погрешности выходного кода АЦП: ΔK_{π} – проективная полоса погрешности; $\Delta K_{\text{л}}$ – полоса погрешности, нормированная по линейному закону

Fig. 1 Comparison of the normalizing functions of the band of the maximum absolute error of the ADC output code: ΔK_p – projected error band; ΔK_l – normalized according to the linear law

Разность между функциями предельной абсолютной погрешности линейной (6) и проективной (7) моделей, выраженная в единицах младшего значащего разряда LSB, представлена на рис. 2а, на рис. 2б для сравнения приведена типичная характеристика изменения погрешности от

интегральной нелинейности, полученная производителем микросхемы АЦП AD7680 экспериментально.

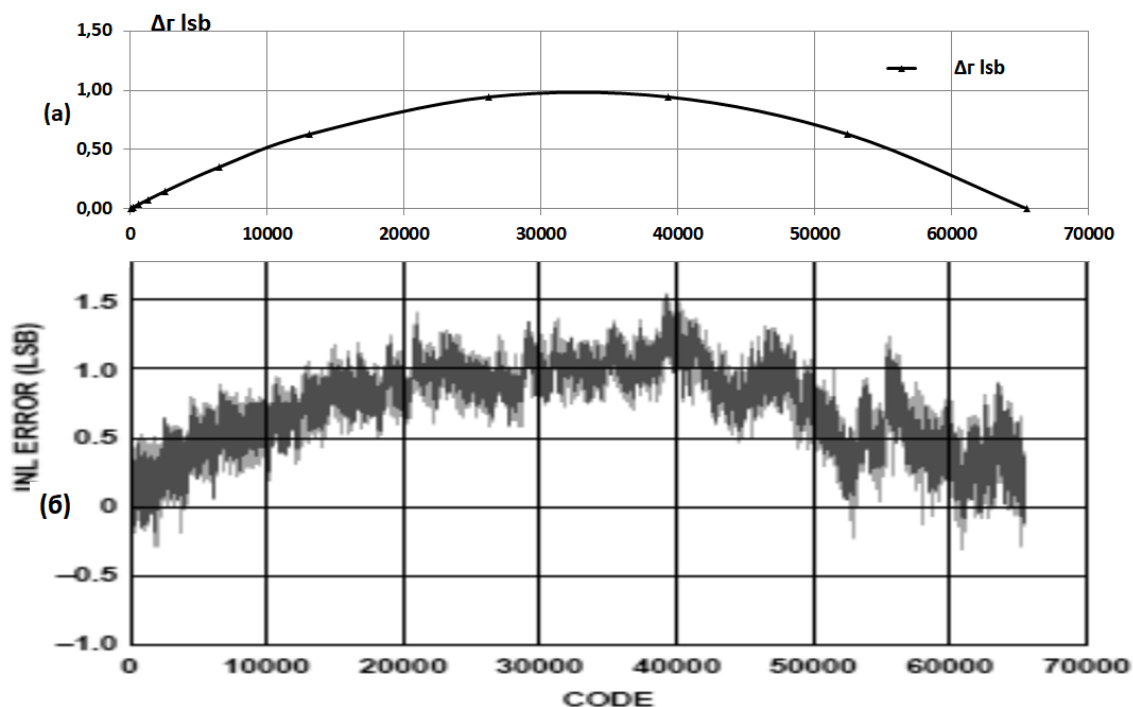


Рис. 2. Сравнение (в единицах младшего разряда LSB) расчётной (а) и экспериментальной (б) характеристик отклонения реальной функции аналого-цифрового преобразования от линейной функции, вызванное интегральной нелинейностью

Fig. 2. Comparison of the calculated (a) and experimental (b) characteristics of the deviation of the real analog-to-digital conversion function from the linear function, caused by integral nonlinearity, in units of the least significant bit LSB

Сравнение расчётной и экспериментальной характеристик интегральной нелинейности показывает хорошее соответствие по форме и по значению результата нормирования полосы погрешности расширенной формулой и экспериментального результата. Следовательно, для повышения точности нормирования погрешности АЦП гиперболическая составляющая Δ_r должна выделяться в отдельный член формулы полосы предельной погрешности. Такое представление позволяет адекватнее описывать реальное распределение погрешности по диапазону измерений, избегать избыточного завышения полосы погрешности, а также корректно

сравнивать метрологические характеристики приборов.

Формула представления полосы предельной погрешности измерения (5), выраженная через значение выходного кода K , примечательна тем, что она не зависит ни от диапазона измерения, ни от разрядности АЦП. В соответствии с (5) абсолютная погрешность АЦП нелинейно изменяется во всём диапазоне измерения, и для любого значения выходного кода K задаётся значение ΔK , соответствующее значению предельной погрешности в этой точке шкалы измерения. Результаты сравнения расчётной и экспериментальной характеристик (см. рис. 2) позволяют утверждать, что причиной интегральной нелинейности АЦП в первом приближении является дробно-линейная функция преобразования, а также что интегральная нелинейность АЦП имеет ту же природу, что и нелинейность параметрических измерительных преобразователей. Преобразование параметрических измерительных преобразователей соответствует проективной модели измерений [11]. Следовательно, при описании преобразования АЦП целесообразно применение не линейной, а проективной модели измерений. Это утверждение относится к тем АЦП, в которых гиперболическая нелинейность характеристики преобразования не искажена применением других методов коррекции нелинейности.

Таким образом, в проективной модели измерения функция преобразования дробно-линейная, а расширенная формула нормирования полосы предельной абсолютной погрешности проективного измерительного преобразования описывается полиномом второй степени.

Критерий сравнения точности АЦП. Для сравнения точности приборов с различными полосами предельной погрешности и в различных диапазонах измерения применяется критерий эффективности измерения [2, 12]. Как отмечено выше, при анализе погрешности АЦП целесообразно использовать полосу абсолютной погрешности ΔK (5). Тогда критерий эффективности измерения АЦП примет вид

$$N_{\text{эфф}} = \frac{1}{2\Delta_{\text{м}}} \ln \left[\frac{D_k \Delta_{\text{м}}^2}{(\Delta_{\text{а}} + \Delta_{\text{м}})(\Delta_{\text{г}} + \Delta_{\text{м}})} \right], \quad (8)$$

где $D_k = K_v / K_n$ – динамический диапазон измерения; K_v, K_n – верхняя и нижняя границы диапазона.

Критерий эффективности измерения $N_{эфф}$ определяет число эффективных квантов (интервалов абсолютной погрешности преобразования), уместяющихся без пересечения в диапазоне шкалы квантования от K_n до K_v . Число эффективных квантов задаёт среднюю в диапазоне измерения абсолютную погрешность ΔK_{cp} и однозначно определяет средние в диапазоне измерения приведённую γ_{cp} и относительную δ_{cp} погрешности:

$$\Delta K_{cp} = \pm (K_v - K_n) / (2N_{эфф}); \quad (9)$$

$$\gamma_{cp} = \pm \Delta K_{cp} / (K_v - K_n) = \pm (2N_{эфф})^{-1}; \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \delta_{cp} &= \pm \ln D_k / (2N_{эфф}) = \\ &= \pm \frac{\Delta_m \ln D_k}{\ln \left[D_k \Delta_m^2 (\Delta_a + \Delta_m)^{-1} (\Delta_r + \Delta_m)^{-1} \right]}. \end{aligned} \quad (11)$$

В динамическом диапазоне 500:1 нормирование интегральной нелинейности АЦП AD7680 формулой (7) для проективной модели по сравнению с нормированием формулой (6) для линейной модели позволяет уменьшить вычисленную по (11) погрешность δ_{cp} в 1,13 раза с 0,044 до 0,039 %.

Недостаток коррекции погрешности измерения АЦП при применении линейной модели. В современных микросхемах АЦП, особенно в микроконтроллерах, предусмотрена коррекция аддитивной и мультипликативной составляющей погрешности в соответствии с линейной моделью измерения. Эффективность такой коррекции сильно уменьшается, если не учитывать в модели измерения интегральную нелинейность. Покажем это на примере российского микроконтроллера K1986BY024⁴. Микросхема K1986BY024 включает четыре высокоскоростных 12-разрядных АЦП. В табл. 1 приведены типовые

⁴ Микросхема интегральная K1986BY024. Руководство по эксплуатации, <https://necotech.pro/storage/2023/10/11/d51538a3e1b4ee995cb77113af9942baa59a09e8.pdf> (дата обращения 24.03.2026).

параметры полосы погрешности АЦП K1986BY024, выраженные в единицах младшего разряда LSB и переведённые в значения абсолютной погрешности выходного кода ΔK . Параметры получены после коррекции аддитивной и мультипликативной составляющих систематической погрешности.

Табл. 1. Типовые параметры полосы погрешности АЦП K1986BY024

Table 1. Typical parameters of the error band of the ADC K1986VU024

Наименование погрешности	Значение, LSB	Значение, ΔK
Погрешность смещения Δ_a	1,2	0,00029
Интегральная нелинейность Δ_r	1,0	0,00024
Общая нескорректированная мультипликативная погрешность после калибровки АЦП $\Delta_m + \Delta_r$	1,5	0,00037

По данным табл. 1 рассчитаем полосы предельной погрешности АЦП для линейной и проективной моделей измерения. Полоса погрешности АЦП микроконтроллера K1986BY024 при линейной модели измерения нормируется линейной функцией

$$\Delta K_{\text{л}} = \Delta_a + (\Delta_m + \Delta_r) K = (2,9 + 3,7K) \cdot 10^{-4}. \quad (12)$$

где $(\Delta_m + \Delta_r)$ – принятое в линейной модели суммирование составляющих мультипликативной погрешности и погрешности интегральной нелинейности.

Значение мультипликативной составляющей полосы погрешности при проективной модели измерения Δ_m получим, вычитая из суммы $(\Delta_m + \Delta_r)$ значение интегральной нелинейности Δ_r : $\Delta_m = 0,00037 - 0,00024 = 0,00012$. Тогда расширенная функция нормирования примет вид полинома второй степени

$$\Delta K_{\text{пр}} = \Delta_a + \Delta_m K + \Delta_r K^2 = (2,9 + 1,2K + 2,4K^2) \cdot 10^{-4}. \quad (13)$$

Из сравнения формул (12) и (13) следует, что после коррекции аддитивной и мультипликативной составляющих возросло влияние на результирующую погрешность преобразования АЦП нескорректированной гиперболической погрешности (интегральной нелинейности).

На рис. 3 приведены зависимости $\Delta K(K)$ изменения погрешности АЦП микроконтроллера K1986BY024 при линейной (12) и проективной

(13) моделях измерения. Зависимость для проективной модели измерения представлена на графике в виде суммы характеристик мультипликативной составляющей $\Delta_m K$ и интегральной нелинейности $\Delta_r K^2$.

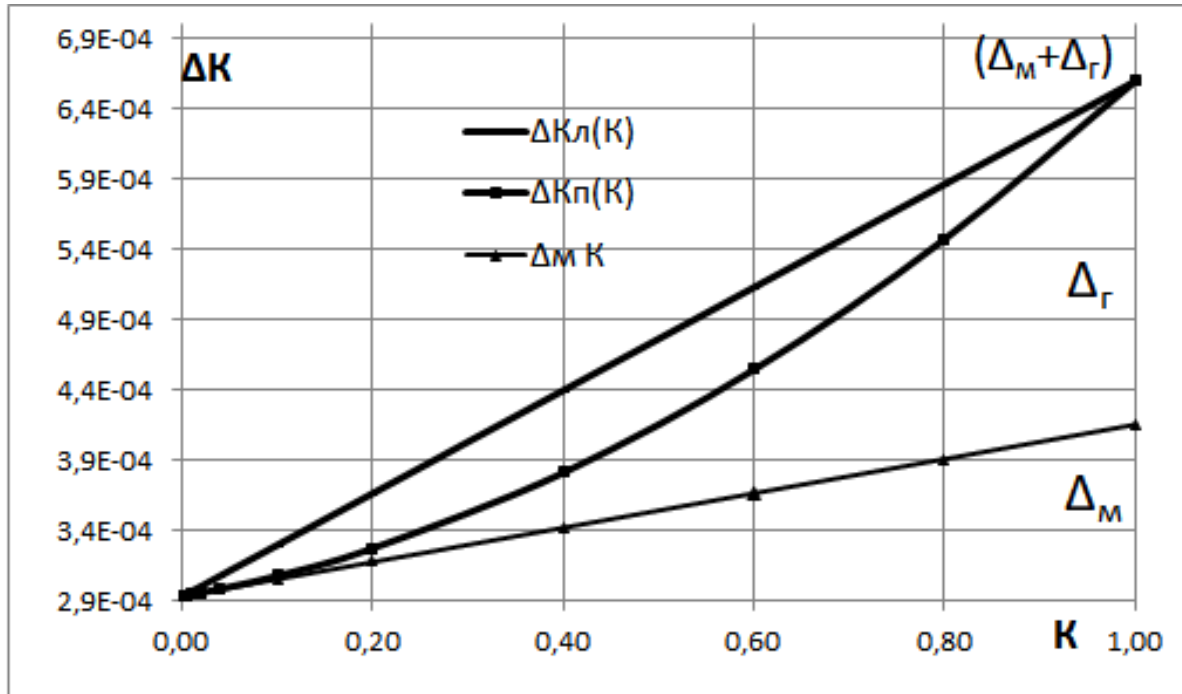


Рис. 3. Графики изменения абсолютной погрешности АЦП микроконтроллера K1986VU024 при линейной и проективной моделях измерения

Fig. 3. Graphs of the change in the absolute error of the ADC of the K1986VU024 microcontroller for linear and projective measurement models

После коррекции аддитивной и мультипликативной составляющих погрешности влияние нескорректированной интегральной нелинейности стало основным влияющим фактором, ограничивающим точность преобразования АЦП.

Средняя относительная погрешность измерения АЦП микроконтроллера K1986VU024 в динамическом диапазоне 1:500, рассчитанная по (11), при линейной и проективной моделях измерения составила 0,040 и 0,019 %, соответственно. Применение расширенной формулы нормирования предельной погрешности для АЦП микроконтроллера K1986VU024 уменьшило среднюю в диапазоне

погрешность АЦП в 2,1 раза. Таким образом, если аппроксимация полосы предельной абсолютной погрешности полиномом второй степени обеспечивает значение средней относительной погрешности измерения $\delta_{\text{ср}}$ (11) меньше, чем аппроксимация линейной функцией, то характеристика преобразования АЦП и всей измерительной системы имеет дробно-линейный характер, и необходимо использовать проективную модель измерения.

В результате применения проективной модели измерения уменьшается систематическая погрешность измерений, обусловленная нелинейностью преобразования. Использование более точного закона распределения погрешности по всему диапазону измерений позволяет предотвратить избыточное увеличение полосы погрешности прибора, связанное с интегральной нелинейностью, однако ставит задачу коррекции этой нелинейности. Эта задача решается коррекцией систематической погрешности АЦП с помощью инварианта проективного преобразования.

Проективная коррекция погрешности АЦП. Нормируя полосу предельной погрешности линейного АЦП с помощью расширенной формулы (2), можно значительно улучшить характеристики преобразования, используя закономерности проективной геометрии. Применение фундаментального инварианта проективной геометрии – инварианта сложного отношения четырёх точек шкалы [13] – позволяет скорректировать аддитивную, мультипликативную и гиперболическую составляющие погрешности измерения линейных и проективных АЦП. Впервые инвариант сложного отношения применен для повышения точности измерений в [14].

Для коррекции погрешности АЦП в настоящей работе применялся модифицированный инвариант сложного отношения шкалы измерительного преобразования S [2, 15]:

$$\frac{X_{\text{Т}} - X_{\text{Н}}}{X_{\text{Т}} - X_{\text{В}}} \frac{K_{\text{Т}} - K_{\text{В}}}{K_{\text{Т}} - K_{\text{Н}}} = \frac{X - X_{\text{Н}}}{X - X_{\text{В}}} \frac{K - K_{\text{В}}}{K - K_{\text{Н}}} = S. \quad (14)$$

Значение инварианта S постоянно для любого значения X в пределах диапазона измерений АЦП и рассчитывается с помощью трех тестовых

сигналов. Два тестовых сигнала задаются граничными точками диапазона измерений (X_n, K_n) , (X_b, K_b) . А третий тестовый сигнал X_t , с соответствующим кодом АЦП K_t , отражает проективные свойства преобразования. При этом, вне тестового режима измерения необходимо выполнение условия $X_n < X < X_b$; $K_n < K < K_b$.

Из выражения (14) следует важный вывод, что обобщённое уравнение проективного измерения можно представить в виде линейной функции

$$V_X = S V_K, \quad (15)$$

где переменные $V_X = (X - X_n) / (X_b - X_n)$, $V_K = (K - K_n) / (K_b - K_n)$ – простые отношения X, K .

При равенстве простых отношений ($S=1$) выражение (15) описывает уравнение линейного измерения – аналитическое уравнение прямой линии. Если $S \neq 1$, то (15) описывает уравнение проективного измерения с равносторонней гиперболой. Поскольку коэффициент S несёт информацию о нелинейности характеристики проективного преобразователя, он называется коэффициентом нелинейности преобразователя. Коэффициент S является инвариантом данного проективного преобразователя и не изменяется в зависимости от значения измеряемой величины [2]. Поэтому при известном значении S и значениях результатов преобразования двух тестовых граничных сигналов (X_n, K_n) , (X_b, K_b) измеряемый сигнал X рассчитывают по формуле

$$X = (X_n - X_b S V_K) / (1 - S V_K). \quad (16)$$

Точность измерения определяется точностью задания тестовых сигналов [2]. На рис. 4 приведён пример коррекции полосы предельной относительной погрешности 16-разрядного линейного АЦП в диапазоне измерения от 0,008 до 4 В (1:500) с помощью инварианта сложного отношения S [16]. Моделирование выполнено в программе Multisim. Для моделирования использовали 16-разрядный АЦП с идеальной характеристикой квантования, для задания ошибок преобразования – дополнительный блок формирования предельной погрешности

преобразования. Блок формирования погрешности задаёт требуемые значения аддитивной, мультипликативной и гиперболической составляющих полосы предельной погрешности (2) линейного АЦП. Полоса предельной погрешности линейного АЦП задана расширенной формулой абсолютной погрешности коэффициента преобразования K в виде

$$\Delta K_{\pi} = \pm(0,0003 + 0,00034K + 0,00006K^2).$$

Исходная полоса предельной относительной погрешности измерения линейного АЦП нормирована формулой

$$\delta X_{\pi} = \pm(3,1 \cdot 0,008X^{-1} + 0,061)\%.$$

После коррекции систематической погрешности АЦП методом сложного отношения S формируется скорректированная полоса предельной погрешности, в которой интегральная нелинейность уже представлена отдельной составляющей погрешности:

$$\delta X_{\pi} = \pm(0,042 \cdot 0,008X^{-1} + 0,085 + 0,028 \cdot 0,25X)\%.$$

Погрешность тестовых сигналов задана равной $\pm 0,05\%$.

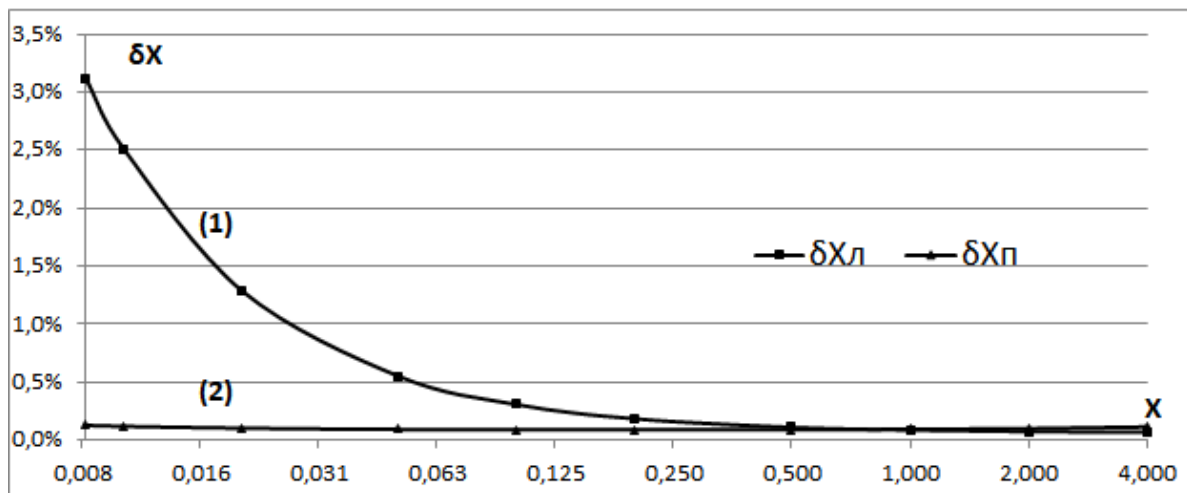


Рис. 4. Полосы предельной относительной погрешности 16-разрядного АЦП до (1) и после (2) коррекции систематической погрешности (моделирование в Multisim)

Fig. 4. Bands of the maximum relative error of a 16-bit ADC before (1) and after (2) systematic error correction (simulation in Multisim)

В результате коррекции погрешность на нижней границе диапазона измерения, равная 3,1 %, уменьшена в 24,5 раза до значения 0,13 %. Средняя в динамическом диапазоне 500:1 относительная погрешность уменьшена в 1,7 раза с 0,17 до 0,10 % [16]. Полученная после коррекции полоса предельной относительной погрешности более равномерна по диапазону, чем до коррекции, а её уровень задаётся погрешностью тестовых сигналов. По свойствам полученная полоса погрешности измерения близка к полосе погрешности логарифмического АЦП, которая характеризуется постоянством относительной погрешности по диапазону, поэтому поддиапазоны вводить не требуется.

Применение проективной модели измерения приводит к уменьшению методической погрешности измерения по сравнению с применением линейной модели измерения. Метод сложного отношения не ограничивает применение других методов коррекции погрешности, например [17, 18], основанных на уменьшении инструментальной погрешности АЦП.

Заключение. Линейного нормирования с учётом только аддитивной и мультипликативной составляющих недостаточно для точных систем, где выражена интегральная нелинейность или требуется высокая точность при малых и больших значениях сигнала. В таких случаях необходимо учитывать реальную функцию нелинейности преобразователя. В первом приближении преобразование АЦП соответствует проективному преобразованию и описывается дробно-линейной функцией. Это позволяет учесть значительную часть интегральной нелинейности измерения в номинальной характеристике преобразования. Расширенная формула (2) позволяет адекватнее, чем (1), описывать реальное распределение погрешности по диапазону измерений; избегать избыточного завышения полосы погрешности; корректно сравнивать метрологические характеристики преобразователей. Для сравнения точности преобразователей с различными полосами предельной погрешности и в различных диапазонах измерения в качестве критерия целесообразно использовать оценку средней по диапазону относительной погрешности

измерения (11).

Применение фундаментального инварианта проективной геометрии – сложного отношения четырёх точек шкалы – позволяет уменьшить аддитивную, мультипликативную и гиперболическую составляющие предельной погрешности измерения линейных и проективных АЦП. Ключевая особенность проективной теории заключается в том, что она позволяет учитывать нелинейности характеристик преобразования непосредственно в модели измерения, а не пытаться линеаризовать их или рассматривать как источник погрешностей. Это существенно расширяет возможности метрологии в описании и анализе сложных измерительных систем.

Авторская декларация

Вклад авторов. Автор подтверждает единоличную ответственность за следующее: концепцию и дизайн исследования, сбор данных, анализ и интерпретацию результатов, а также подготовку рукописи.

Благодарности. Автор благодарен руководству Димитровградского инженерно-технологического института – филиала Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ» и заведующему кафедрой ядерных реакторов и материалов Колесникову А. Н. за поддержку и благожелательное отношение к данной работе.

Конфликт интересов. Автор заявляет, что у него нет потенциального конфликта интересов в связи с исследованием, представленным в данной статье.

Финансирование. Автор заявляет, что во время подготовки данной рукописи не было получено никаких средств, грантов или другой финансовой поддержки.

Author declaration

Author contributions. The author confirms sole responsibility for the following: study conception and design, data collection, analysis and interpretation of results, and manuscript preparation.

Acknowledgements. The author is grateful to the management of the Dimitrovgrad Engineering and Technology Institute – a branch of the National Research Nuclear University MEPhI, and to the head of the Department of Nuclear Reactors and Materials, A. N. Kolesnikov, for their support and favorable attitude towards this work.

Conflict of interest. The author declares that he has no potential conflict of interest related to the research presented in this article.

Funding. The author declares that no funds, grants, or other financial support were received during the preparation of this manuscript.

Список источников

1. Цыбульский О. А. Нормирование погрешности измерения приборов в широком диапазоне измерений. *Метрология*, (4), 3–19 (2019). <https://doi.org/10.32446/0132-4713.2019-4-3-19> ; <https://elibrary.ru/gedyts>
2. Цыбульский О. А. *Основы проективной теории измерений*. ДИТИ НИЯУ МИФИ, Дмитровград (2022).
3. Брагин А. А., Семенюк А. Л. *Основы метрологического обеспечения аналого-цифровых преобразователей электрических сигналов*. Изд-во стандартов, Москва (1989).
4. Серов А. Н. Разработка и исследование прибора для измерения показателей качества электроэнергии с повышенной точностью: автореф. дис. канд. техн. наук. Национальный исследовательский университет МЭИ, Москва (2016). <https://elibrary.ru/zqikvj>
5. Белоусов Е. О., Кочетков Д. В., Моленкамп К. М., Эннс А. В. Метод коррекции нелинейности на основе усреднения для параллельного аналого-цифрового преобразователя. *Электронная техника. Серия 3: Микроэлектроника*, (4(176)), 36–44 (2019). <https://elibrary.ru/qtwact>
6. Wang Y., Li J., Zhang H. Enhancing pure inertial navigation accuracy through a redundant high-precision accelerometer and neural network-based error prediction. *Sensors*, **24**(8), 2485 (2024). <https://doi.org/10.3390/s24082485> ; <https://elibrary.ru/brxzdl>
7. Михтеева А. А. Технологически ориентированный синтез аналого-цифровых преобразователей последовательного приближения для микромеханических датчиков: автореф. дис. канд. техн. наук. Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет (ЛЭТИ), Санкт-Петербург (2019).
8. Zhang Y., Wang L., Li M. INL Impact of parasitic capacitance in auto-zero integrators in incremental sigma-delta ADCs. *IEICE Electronics Express*, 22.20250505 (2025). <https://doi.org/10.1587/elex.22.20250505> ; <https://elibrary.ru/cntner>
9. Kim J., Park S., Lee H. A Phase-adjustable noise-shaping SAR ADC for mitigating parasitic capacitance effects in high-resolution applications. *Sensors*, **25**(19), 12527020 (2025). <https://doi.org/10.3390/s251912527020>

10. Брюханов Ю. А., Лукашевич Ю. А. Влияние аналого-цифрового преобразования сигналов на нелинейные явления в радиоприемных устройствах. *Радиотехника*, (2), 31–36 (2017). <https://elibrary.ru/yurlex>

11. Цыбульский О. А. Проективная модель измерений. Проективные АЦП. *Наноиндустрия*, 17(S10-1(128)), 232–234 (2024). <https://doi.org/10.22184/1993-8578.2024.17.10s.232.234> ;
<https://elibrary.ru/vwucav>

12. Цыбульский О. А. Критерий для обобщённой оценки широкодиапазонного прибора по точности и диапазону измерений. *Измерительная техника*, (5), 5–7 (2014). <https://elibrary.ru/seddsd>

13. Ефимов Н. В. Высшая геометрия. 7-е изд. ФИЗМАТЛИТ, Москва (2004). <https://elibrary.ru/rbbejr>

14. Мазин В. Д. Способ повышения точности измерительных приборов и преобразователей. *Измерительная техника*, (6), 14–15 (1980).

15. Цыбульский О. А. Повышение точности аналого-цифрового преобразователя с применением проективных преобразований. *Приборы*, (2(296)), 1–7 (2025). <https://www.elibrary.ru/jfgpgs>

16. Цыбульский О. А. *Лабораторное исследование свойств проективного измерения*. ДИТИ НИЯУ МИФИ, Димитровград (2025).

17. Кочетков Д. В., Белоусов Е. О., Моленкамп К. М., Эннс А. В. Радиационно стойкий 12-разрядный аналого-цифровой преобразователь с использованием автокалибровки на базе КНИ 180 нм. *Наноиндустрия*, 14(S7(107)), 825–827 (2021). <https://doi.org/10.22184/1993-8578.2021.14.7s.825.827> ; <https://elibrary.ru/ungjam>

18. Середкин В. Г., Непомнящий О. В., Хайдукова В. Н. и др. Структурный метод коррекции нелинейности тракта аналого-цифрового преобразователя. *Нелинейный мир*, 18(3), 53–61 (2020). <https://doi.org/10.18127/j20700970-202003-05> ; <https://elibrary.ru/jwbulm>

References

1. Tsybul'skii O. A. Normalization of measurement error of

instruments in a wide measurement range. *Metrologiya*, (4), 3–19 (2019). (In Russ.) <https://doi.org/10.32446/0132-4713.2019-4-3-19> ;

<https://elibrary.ru/gedyts>

2. Tsybul'skii O. A. *Fundamentals of projective theory of measurements*. DITI NRNU MEPHI, Dimitrovgrad (2022). (In Russ.)

3. Bragin A. A., Semenyuk A. L. *Fundamentals of metrological support of analog-to-digital converters of electrical signals*. Standards Publ., Moscow (1989). (In Russ.)

4. Serov A. N. Development and research of a device for measuring power quality indicators with increased accuracy: Extended abstract of candidate's dissertation (Engineering). National Research University MPEI, Moscow (2016). (In Russ.) <https://elibrary.ru/zqikvj>

5. Belousov E. O., Kochetkov D. V., Molenkamp K. M., Enns A. V. Nonlinearity correction method based on averaging for parallel analog-to-digital converter. *Electronic engineering. Series 3: Microelectronics*, (4(176)), 36–44 (2019). (In Russ.) <https://elibrary.ru/qtwact>

6. Wang Y., Li J., Zhang H. Enhancing pure inertial navigation accuracy through a redundant high-precision accelerometer and neural network-based error prediction. *Sensors*, **24**(8), 2485 (2024). <https://doi.org/10.3390/s24082485> ; <https://elibrary.ru/brxzdl>

7. Mikhteeva A. A. Technology-oriented synthesis of successive approximation analog-to-digital converters for micromechanical sensors: Extended abstract of candidate's dissertation (Engineering). St. Petersburg State Electrotechnical University (LETI), Saint Petersburg (2019). (In Russ.)

8. Zhang Y., Wang L., Li M. INL Impact of Parasitic Capacitance in Auto-Zero Integrators in Incremental Sigma-Delta ADCs. *IEICE Electronics Express*, 2025, Article ID 22.20250505. <https://doi.org/10.1587/elex.22.20250505> ; <https://elibrary.ru/cntner>

9. Kim J., Park S., Lee H. A Phase-Adjustable Noise-Shaping SAR ADC for Mitigating Parasitic Capacitance Effects in High-Resolution Applications. *Sensors*, **25**(19), 12527020 (2025). <https://doi.org/10.3390/s251912527020>

10. Bryukhanov Yu. A., Lukashevich Yu. A. Influence of analog-to-digital conversion of signals on nonlinear phenomena in radio receiving devices. *Radiotekhnika*, (2), 31–36 (2017). (In Russ.) <https://elibrary.ru/yurlex>
11. Tsybul'skii O. A. Projective measurement model. Projective ADCs. *Nanoindustry*, **17**(S10-1(128)), 232–234 (2024). (In Russ.) <https://doi.org/10.22184/1993-8578.2024.17.10s.232.234> ; <https://elibrary.ru/vwucav>
12. Tsybul'skii O. A. Criterion for generalized evaluation of wide-range instrument with respect to accuracy and measurement range. *Izmeritel'naya Tekhnika*, (5), 5–7 (2014). (In Russ.) <https://elibrary.ru/seddsd>
13. Efimov N. V. *Higher Geometry*. 7th ed. FIZMATLIT, Moscow (2004). (In Russ.) <https://elibrary.ru/rbbejr>
14. Mazin V. D. Method for improving accuracy of measuring instruments and transducers. *Izmeritel'naya Tekhnika*, (6), 14–15 (1980). (In Russ.)
15. Tsybul'skii O. A. Improving the accuracy of an analog-to-digital converter using projective transformations. *Pribory*, (2(296)), 1–7 (2025). (In Russ.) <https://www.elibrary.ru/jfgpgs>
16. Tsybul'skii O. A. *Laboratory study of the properties of projective measurement*. DITI NRNU MEPhi, Dimitrovgrad (2025). (In Russ.)
17. Kochetkov D. V., Belousov E. O., Molenkamp K. M., Enns A. V. Rad-Hard 12-Bit Analog-to-Digital Converter Using Auto-Calibration Based on 180nm SOI. *Nanoindustry*, **14**(S7(107)), 825–827 (2021). (In Russ.) <https://doi.org/10.22184/1993-8578.2021.14.7s.825.827> ; <https://elibrary.ru/ungjam>
18. Seredkin V. G., Nepomnyashchii O. V., Khaydukova V. N., et al. Structural method for nonlinearity correction of analog-to-digital converter path. *Nonlinear World*, **18**(3), 53–61 (2020). (In Russ.) <https://doi.org/10.18127/j20700970-202003-05> ; <https://elibrary.ru/jwbulm>

Информация об авторе

Цыбульский О. А., канд. техн. наук, доцент, Димитровградский инженерно-технологический институт – филиал Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ», Россия, 433511, Ульяновская обл., г. Димитровград, ул. Куйбышева, д. 294.
multimer@list.ru
<https://orcid.org/0000-0002-8520-1578>
SPIN 9489-9283

Information about the author

Tsybulskii O. A., Cand. Sc. (Engineering), Associate Professor, Dimitrovgrad Engineering and Technology Institute – a branch of the National Research Nuclear University MEPhI, Russia, 433511, Ulyanovsk Reg., Dimitrovgrad, Kuibysheva st., 294.
multimer@list.ru
<https://orcid.org/0000-0002-8520-1578>
SPIN 9489-9283

Статья поступила в редакцию 13.01.2026; одобрена после рецензирования 18.02.2026; принята к публикации 12.05.2026.

The article was submitted 13.01.2026; approved after reviewing 18.02.2026; accepted for publication 12.05.2026.